

DEA d'Automatique et Informatique Industrielle
Epreuves de Tronc Commun 1ère session, 6 janvier 2003

Cours “Outils pour le Non Linéaire” (J.-P. Richard)

(documents personnels autorisés)

Premier problème

Etudier les propriétés de convergence du système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 x_3, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 x_3 - x_2, \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - x_3. \end{cases} \quad (1)$$

Deuxième problème

Etudier les propriétés de convergence du système suivant, où $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$:

$$\begin{cases} \dot{x} = xy, \\ \dot{y} = -y + z^2, \\ \dot{z} = x - z. \end{cases} \quad (2)$$

Troisième problème

Théorème (rappel): Soit le système $\dot{x} = f(x) + g(x)u$, $x \in \mathbb{R}^n$. Si les champs de vecteurs f, g sont C^∞ , ce système est localement faiblement commandable en x si $\text{rang } \{g, [f, g], [[f, g], g], [[[f, g], g], g] \dots\}|_x = n$ (où $[f, g]$ est le crochet de Lie de f et g).

On considère le système :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2^2 \\ x_1 u \end{pmatrix}. \quad (3)$$

En quels points x ce système est-il localement faiblement commandable?