

DEA d'Automatique et Informatique Industrielle
Epreuves de Tronc Commun 1ère session, 5 janvier 2004

Cours “Outils pour le Non Linéaire” (J.-P. Richard)

(documents personnels autorisés)

Premier problème

Etudier les propriétés de convergence du système suivant, où $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1^2 - x_2. \end{cases} \quad (1)$$

Deuxième problème

Etudier les propriétés de convergence du système suivant, où $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2^3, \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2. \end{cases} \quad (2)$$

Troisième problème

Déterminer des contraintes sur $f(t, x) \in \mathbb{R}$ garantissant la stabilité absolue du système suivant (c'est-à-dire trouver α, β tels qu'on ait stabilité asymptotique globale de $x = 0$ sous réserve que $f(t, x) \in]\alpha, \beta[$) :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - f(t, x)x_2, \\ \dot{x}_2 = 0.5x_1 - 2x_2(1 + x_1^3) + 10x_3, \\ \dot{x}_3 = -x_3, \end{cases} \quad (3)$$

avec $x = (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3$, $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$.

Quatrième problème

On considère les fonctions f et g de $x = (x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2$:

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad g(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Calculer les crochets de Lie $[f, g]$ et $[[f, g], g]$.